• (u_n) est décroissante et minorée par 0, donc elle est convergente.

Ainsi (u_n) converge vers $l \in \mathbb{R}$.

1) b) $v_{n+1} = u_{n+2} - \frac{1}{3} u_{n+1}$

$$= \frac{2(n+2)+1}{3^{n+2}} - \frac{1}{3} \cdot \frac{2(n+1)+1}{3^{n+1}}$$

$$= \frac{2n+5-2n-3}{3^{n+2}}$$

$$= \frac{2}{3^{n+2}}$$

• $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{3} u_n$

$$= \frac{2(n+1)+1}{3^{n+1}} - \frac{1}{3} \cdot \frac{2n+1}{3^n}$$

$$= \frac{2n+3-2n-1}{3^{n+1}} = \frac{2}{3^{n+1}}$$

Donc $v_{n+1} = \frac{2}{3^{n+2}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3^{n+1}} = \frac{1}{3} v_n$

Ainsi (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$